INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	**Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9**
Projekt MŠMT ČR:	**EU PENÍZE ŠKOLÁM**
Číslo projektu:	**CZ.1.07/1.5.00/34.0536**
Název projektu školy:	**Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice**
Šablona III/2:	**Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT**
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_394
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Kombinatorika a pravděpodobnost
Autor, spoluautor:	Mgr. Iva Kálalová
Název DUMu:	Binomická věta
Pořadové číslo DUMu:	14
Stručná anotace:	
Prezentace je zaměřena na vysvětlení binomické věty.	
Ročník:	3.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí poslední snímek k ověření pochopení sestavení binomického rozvoje výrazu pomocí binomické věty.
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně utvoří binomický rozvoj výrazu pomocí binomické věty.
Vytvořeno dne:	12. 4. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

BINOMICKÁ VĚTA

Podívejme se, jak umocnit dvojčlen $(a+b)$ na přirozené číslo *n*: $\boldsymbol{(a+b)^n}$

$n = 1 \quad (a+b)^1 = a+b$

$n = 2 \quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$n = 3 \quad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

tyto mocniny představují již známé vzorce

$n = 4$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^4 = (a+b)^3 \cdot (a+b) =$$

$$= (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3) \cdot (a+b) =$$

$$= a^4 + a^3b + 3a^3b + 3a^2b^2 + 3a^2b^2 + 3ab^3 + ab^3 + b^4 =$$

Porovnáme nyní koeficienty u jednotlivých členů s **Pascalovým trojúhelníkem:**

$n = 0$ 1

$n = 1$ **1 1** $(a+b)^1 = 1a + 1b$

$n = 2$ **1 2 1** $(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

$n = 3$ **1 3 3 1** $(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$

$n = 4$ **1 4 6 4 1**

$$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

- ***koeficienty u jednotlivých členů se rovnají číslům Pascalova trojúhelníku pro dané n***
- ***součet exponentů je v každém členu roven číslu n***
- ***na pravé straně klesají exponenty mocnin se základem a***
  rostou exponenty mocnin se základem b

$n = 0$ $\quad 1$

$n = 1$ $\quad \mathbf{1\ 1}$ $\quad (a+b)^1 = a + b$

$n = 2$ $\quad \mathbf{1\ 2\ 1}$ $\quad (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$n = 3$ $\quad \mathbf{1\ 3\ 3\ 1}$ $\quad (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$n = 4$ $\quad \mathbf{1\ 4\ 6\ 4\ 1}$ $\quad (a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

Použijeme-li k vyjádření koeficientů kombinační čísla, můžeme psát:

$$(a+b)^4 = \binom{4}{0}a^4 + \binom{4}{1}a^3b + \binom{4}{2}a^2b^2 + \binom{4}{3}ab^3 + \binom{4}{4}b^4$$

$\boldsymbol{b^0}$ $\qquad$ $\mathbf{4 - 3 = 1}$ $\qquad$ $\boldsymbol{a^0}$

Zobecněním těchto úvah dostáváme **binomickou větu**.

Binomická věta:

Pro libovolná čísla *a, b* a pro každé přirozené číslo *n* platí:

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \binom{n}{3} a^{n-3} b^3 + \cdots$$

$$\ldots \binom{n}{k} a^{n-k}\, b^k + \cdots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n$$

Vyjádříme-li výraz $(a+b)^n$ pomocí binomické věty, říkáme též, že jsme vytvořili **binomický rozvoj** výrazu $(a+b)^n$.

Binomickou větu lze zapsat pomocí symbolu **sumace**, který zjednodušuje zápisy většího počtu sčítanců:

$$\boxed{(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k}$$

Čteme: suma podle *k* od *nuly* do *n*

Zápis znamená: do výrazu za symbolem suma dosadíme postupně za *k* všechna přirozená čísla od nuly do *n* a všechny takto vzniklé výrazy sečteme

Utvořte binomický rozvoj výrazu:

$$(a+b)^5 =$$

$$(2+x)^4 =$$

$$(a + b)^5 =$$

$$= a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

1, 5, 10, 10, 5, 1

$$(2+x)^4 =$$

$$= 2^4 + 4 \cdot 2^3 \cdot x + 6 \cdot 2^2 \cdot x^2 + 4 \cdot 2 \cdot x^3 + x^4 =$$

$$= 16 + 4 \cdot 8 \cdot x + 6 \cdot 4 \cdot x^2 + 4 \cdot 2 \cdot x^3 + x^4 =$$

$$= 16 + 32x + 24x^2 + 8x^3 + x^4$$

1, 4, 6, 4, 1

Použité zdroje:

PETRÁNEK, Oldřich, Emil CALDA a Petr HEBÁK.
Matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť.
5. vyd. Praha: Prometheus, 1997, 148 s.
Učebnice pro střední školy (Prometheus).
ISBN 80-7196-040-3.